

# CICLOS ECONÓMICOS REALES EN PARAGUAY

Vicente Ríos Ibáñez



Documentos de Trabajo

N° 11



Los Documentos de Trabajo del Banco Central del Paraguay difunden investigaciones económicas llevadas a cabo por funcionarios y/o por investigadores externos asociados a la Institución. Los Documentos incluyen trabajos en curso que solicitan revisiones y sugerencias, así como aquellos presentados en conferencias y seminarios. El propósito de esta serie de Documentos es el de estimular la discusión y contribuir al conocimiento sobre temas relevantes para la economía paraguaya y su ambiente internacional. El contenido, análisis, opiniones y conclusiones expuestos en los Documentos de Trabajo son de exclusiva responsabilidad de su o sus autores y no necesariamente coinciden con la postura oficial del Banco Central del Paraguay. Se permite la reproducción con fines educativos y no comerciales siempre que se cite la fuente.

The Working Papers of the Central Bank of Paraguay seek to disseminate original economic research conducted by Central Bank staff or third party researchers under the sponsorship of the Bank. These include papers which are subject to, or in search of, comments or feedback and those which have been presented at conferences and seminars. The purpose of the series is to stimulate discussion and contribute to economic knowledge on issues related to the Paraguayan economy and its international environment. Any views expressed are solely those of the authors and so cannot be taken to represent those of the Central Bank of Paraguay. Reproduction for educational and non-commercial purposes is permitted provided that the source is acknowledged.

**Banco Central del Paraguay**

Documentos de Trabajo

Octubre 2010

# **Ciclos económicos reales en Paraguay**

Vicente Rios Ibáñez\*

Msc. Macroeconomic Policy and Financial Markets (BGSE)

\*Este trabajo fue realizado durante la pasantía del autor en el Banco Central del Paraguay. Se agradecen los consejos, opiniones y ayuda prestada por los compañeros Gustavo Biedermann, Victor Ruiz, Dario Rojas, Jazmín Gustale, Carlino Velázquez, Syrley Giménez y Zulma Espinola además de todo el staff de la Gerencia de Estudios Económicos. Las opiniones y resultados expuestos en este documento, son de exclusiva responsabilidad del autor y no comprometen la posición institucional del Banco Central del Paraguay.

# **Ciclos económicos reales en Paraguay**

**Vicente Rios Ibáñez**

---

**Departamento de Síntesis Macroeconómica e Investigación**

**Banco Central del Paraguay**

**Octubre 2010**

## **Resumen**

---

En este estudio se presenta evidencia a favor de la tesis de que los ciclos de la economía del Paraguay se deben a fluctuaciones en la tecnología. Tomando como base a la simulación del modelo de ciclos reales de Kydland y Prescott, se ha encontrado que dicho modelo es relativamente satisfactorio para explicar el ciclo económico en Paraguay. El modelo falla a la hora de replicar con exactitud los co-movimientos de las variables, sin embargo, es relativamente bueno para derivar los segundos momentos de las variables de forma individual. Es capaz de generar funciones de impulso respuesta para el producto, que cuantifican aproximadamente el mismo impacto que el obtenido a través de la implementación del modelo estructural de vectores autorregresivos, con restricciones a largo plazo. A su vez, los resultados derivados de la descomposición de varianzas fortalecen la idea del ciclo económico dirigido por shocks tecnológicos, estando un 79 % de la varianza del error de predicción asociada a la existencia de estos shocks.

---

# 1. Introducción

Una de las áreas en las que se ha centrado la investigación macroeconómica en las últimas décadas es la del fenómeno de los ciclos económicos. El ciclo económico es meramente una serie de propiedades estadísticas de un conjunto de series temporales de agregados macroeconómicos. Según Lucas (1977), se define y entiende por ciclo económico: la fluctuación del producto sobre su tendencia y los co-movimientos entre otras series temporales. Estas fluctuaciones son, por definición, desviaciones alrededor de una senda que cambia lentamente. Puesto que esta senda es monótonicamente creciente, se ha adoptado la práctica de etiquetarla como tendencia.

Desde el trabajo pionero de Kydland y Prescott (1982) y sus extensiones, se ha generado una considerable literatura sobre el tema. Para los macroeconomistas, ha tomado fuerza la hipótesis de que los ciclos de actividad son respuestas óptimas de los agentes económicos frente a cambios en el entorno, dentro del cual toman sus decisiones de producción y consumo. El marco teórico original de Kydland y Prescott (1982) era un modelo de equilibrio general, sin distorsiones y con incertidumbre, en el que la existencia de shocks tecnológicos originaba ciclos de actividad, similares a los observados en la economía de los Estados Unidos, en el período de la postguerra de Korea.

Dicho marco se ha sofisticado con el tiempo, añadiendo diferentes características útiles para la modelización del comportamiento macroeconómico, como la existencia de rigideces en el mercado de trabajo (Hansen; 1985), impuestos y gasto gubernamental (McGrattan; 1994), dinero e inflación (Cooley y Hansen; 1995), o retornos a escala crecientes en la producción (Weber; 2000). Estas extensiones han sido útiles, solventando las limitaciones de los modelos previos a la hora de replicar los datos y proveyendo, a su vez, ricas explicaciones de los ciclos para la economía americana y europea.

Recientemente, un elevado número de estudios ha dejado de lado la corriente principal de pensamiento que considera que para comprender las fluctuaciones económicas de las economías

emergentes era necesario que los modelos teóricos incorporasen explícitamente el rol de la política y las fallas de mercado. Esta línea de investigación argumenta que los ciclos económicos en economías emergentes pueden ser bien explicados usando un modelo neoclásico no distorsionado, dirigido únicamente por shocks tecnológicos a la productividad de los factores (PTF de aquí en adelante). Kydland y Zaraga (2002), por ejemplo, adoptan el punto de vista de que el modelo de ciclos reales puede replicar satisfactoriamente la década perdida de los 80' en Argentina. Así mismo, Aguiar y Gopinath (2007), han sugerido que un modelo de ciclos reales, dirigido por shocks permanentes y transitorios a la PTF, puede explicar satisfactoriamente los ciclos económicos en las economías emergentes. Estos autores destacan, de hecho, que los shocks que afectan a las economías emergentes son numerosos y de naturaleza variada, por lo que su efecto combinado puede ser modelado adecuadamente a través de un único shock agregado a la PTF.

En la otra línea de investigación opuesta a la anterior, destacan J.Galí (1999) y otros autores como Shea (1998), Basu, Kimball y Fernald (1999), quienes han planteado la cuestión de que la noción de los ciclos económicos no tienen nada que ver con los shocks tecnológicos. A pesar de que utilizan métodos muy diferentes, presentan el mismo resultado: shocks tecnológicos positivos producen reducciones en el empleo. J.Galí (1999) identifica los shocks tecnológicos utilizando un modelo estructural de vectores autorregresivos (SVAR). Shea utiliza datos en patentes, así como en investigación y desarrollo; Basu, Kimball y Fernald identifican shocks tecnológicos estimando regresiones del tipo Hall con proxies para la utilización. En todos los casos, se encuentran significativas correlaciones negativas entre las horas trabajadas y los shocks tecnológicos. Estos resultados están en notoria oposición a la tesis neoclásica.

Paraguay ha sido tradicionalmente una economía agrícola, donde los principales sectores que contribuyen al producto son según Fernández Valdovinos (2002) el sector comercial y de servicios con un 36.3 % y la agricultura con un 27.4 % del PIB. Trabajos que han estudiado el impacto de las caídas en el sector agro-exportador, como el de Biederman y Benítez Melgarejo (2008) corroboran esta idea. Así pues, la dinámica del largo plazo en el estado de esta economía emergente puede tratar de modelarse, a través de shocks aleatorios para el proceso tecnológico de la función de producción. Además, en el caso de Paraguay, la capacidad de estos modelos

teóricos de ciclo para replicar los datos es una cuestión que no ha sido bien explorada a excepción del trabajo de Rojas, Biedermann y Charotti (2010) que constituyó una primera exploración al ciclo económico de Paraguay, pero que se centraba en el sector financiero de la economía.

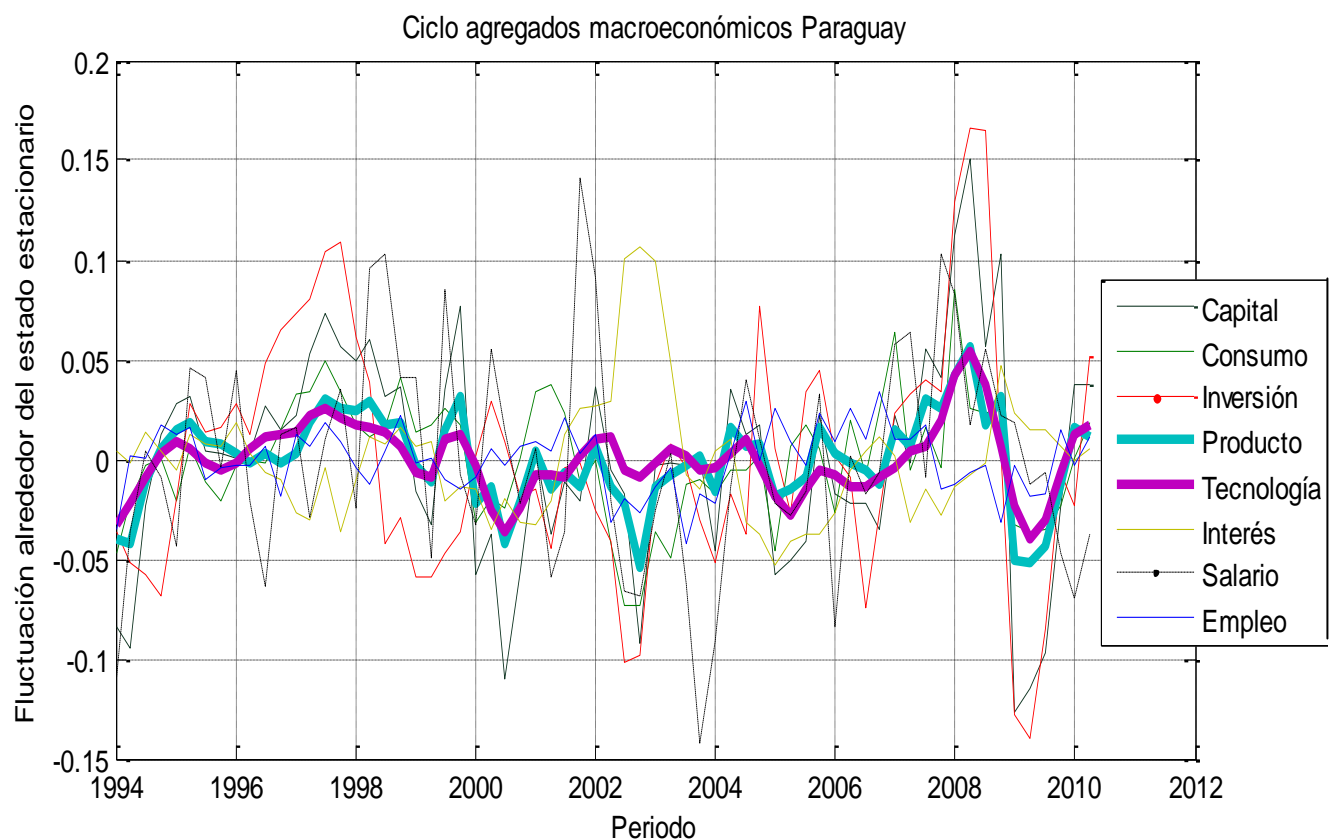
El objetivo principal de este estudio es realizar una exploración sistemática del ciclo económico de la economía paraguaya, utilizando el modelo teórico original de Kydland y Prescott. Además busca contrastar su capacidad explicativa con los resultados derivados de la implementación de un modelo de vectores autorregresivos estructural con restricciones de largo plazo, cuya identificación sigue el esquema de Galí (1999), a fin de obtener, una clara respuesta a la pregunta planteada de si los shocks tecnológicos son los responsables del ciclo económico de Paraguay.

Los resultados obtenidos de la implementación del modelo empírico muestran que a) los shocks tecnológicos en el largo plazo tienen un efecto directo del 1.82% en el producto, b) la acumulación de shocks en las funciones de impulso respuesta genera una desviación del nivel de estado estacionario del producto de un 2.8%, c) el modelo teórico pronostica un impacto del 1.25% y un retorno más lento a la senda de equilibrio que el pronosticado por el modelo empírico, d) el modelo teórico no es capaz de reflejar con exactitud los co-movimientos de las variables y finalmente, e) el modelo teórico es relativamente eficaz a la hora de replicar los segundos momentos de las variables estudiadas.

## 2. Caracterización de los ciclos económicos del Paraguay

Un enfoque sencillo para estudiar los determinantes de la fluctuación económica en Paraguay, fuertemente dependiente del sector agrario y en concreto, de los resultados de las cosechas de soja, consiste en suponer que una mala cosecha se traducirá necesariamente a la productividad total de los factores (PTF). Como se puede observar en la Figura 1, una las principales características destacables del ciclo económico de la economía Paraguaya es el elevado grado de relación existente entre las fluctuaciones del factor tecnológico y la producción, existiendo un co-movimiento casi perfecto para ambas variables, a lo largo del período de 1994 a 2010 capturado por un coeficiente de relación de 0.96.

**Gráfico 1: Movimientos cíclicos de la economía del Paraguay**



**Fuente: Elaboración propia a partir de datos del BCP**



Necesariamente, un estudio empírico centrado en el análisis de los ciclos económicos debe tener en cuenta los métodos estadísticos para descomponer las series temporales de los principales agregados macroeconómicos. La revisión de la literatura económica, con respecto a este tema, confirma la existencia de un rico debate sobre la capacidad de los diferentes métodos estadísticos para descomponer las series temporales en fluctuaciones de corto y largo plazo. En general, cualquier serie de tiempo puede descomponerse en un componente tendencial y uno cíclico, los filtros son la herramienta que se utiliza para realizar esta descomposición. Sin embargo, las ventajas relativas a la utilización de técnicas como las de Beveridge y Nelson (1981), Hodrick y Prescott (1997) y Baxter y King (1995) generalmente utilizadas en este tipo de estudios no están claramente definidas.

Filtros mecánicos de este tipo han sido criticados por Harvey y Jaeger (1993), mostrando que el filtro de Hodrick y Prescott (HP) puede inducir ciclicidad espuria cuando es aplicado a datos integrados. Guay and St-Amant (1996) encontraron que el filtro HP y Baxter-King (BK) tienen un rendimiento muy pobre, identificando el componente cíclico de series con un espectro con la forma característica de la mayoría de las series macroeconómicas. Baxter y King (1995) remarcan que filtros de dos lados, como el BK y el HP, se tornan mal definidos al comienzo y final de las muestras. Por otro lado, Canova (1998) muestra su apoyo a la utilización del filtro HP, argumentando que cuando se comparan los resultados entre modelos debiéramos ser capaces de *'mirar a través de la misma ventana'*.

Sin obviar este debate, se seguirá la práctica común de la literatura de los ciclos económicos de reportar los hechos estilizados, utilizando las desviaciones de las variable de su tendencia a largo plazo obtenidas con el filtro HP, puesto que uno de los propósitos de este estudio es investigar la capacidad del modelo neoclásico, a la hora de describir las regularidades empíricas de los ciclos económicos de Paraguay tal y como se ha hecho para otras economías.

En concreto, el filtro HP se presenta como una solución para extraer la tendencia de las series del siguiente problema de minimización:

$$\min \sum_{t=1}^T \left\{ (y_t - \mu_t)^2 - \lambda [(\mu_{t+1} - \mu_t) - (\mu_t - \mu_{t-1})]^2 \right\}$$
, donde el parámetro  $\lambda$  define la suavidad de la tendencia obtenida. Para este estudio dado que la frecuencia de los datos es trimestral el valor que toma  $\lambda$  es 1600. El ciclo se obtiene como un residuo que tiene media cero y varianza constante.

Como en Bergoein y Soto (2002), se da parte de múltiples estadísticas para los datos filtrados por HP. Todas las series han sido ajustadas por el procedimiento ARIMA X-12 y expresadas en logaritmos naturales antes de ser filtradas, con excepción de las variables porcentuales, como los tipos de interés que se expresan en niveles. En particular los estadísticos analizados son: a) La amplitud de las fluctuaciones (volatilidad), representada por la desviación típica del componente cíclico de cada serie temporal, b) La correlación contemporánea de cada variable y el output y c) El cambio de fase, representado por los coeficientes de correlación entre los avances y rezagos de cada variable y el output.

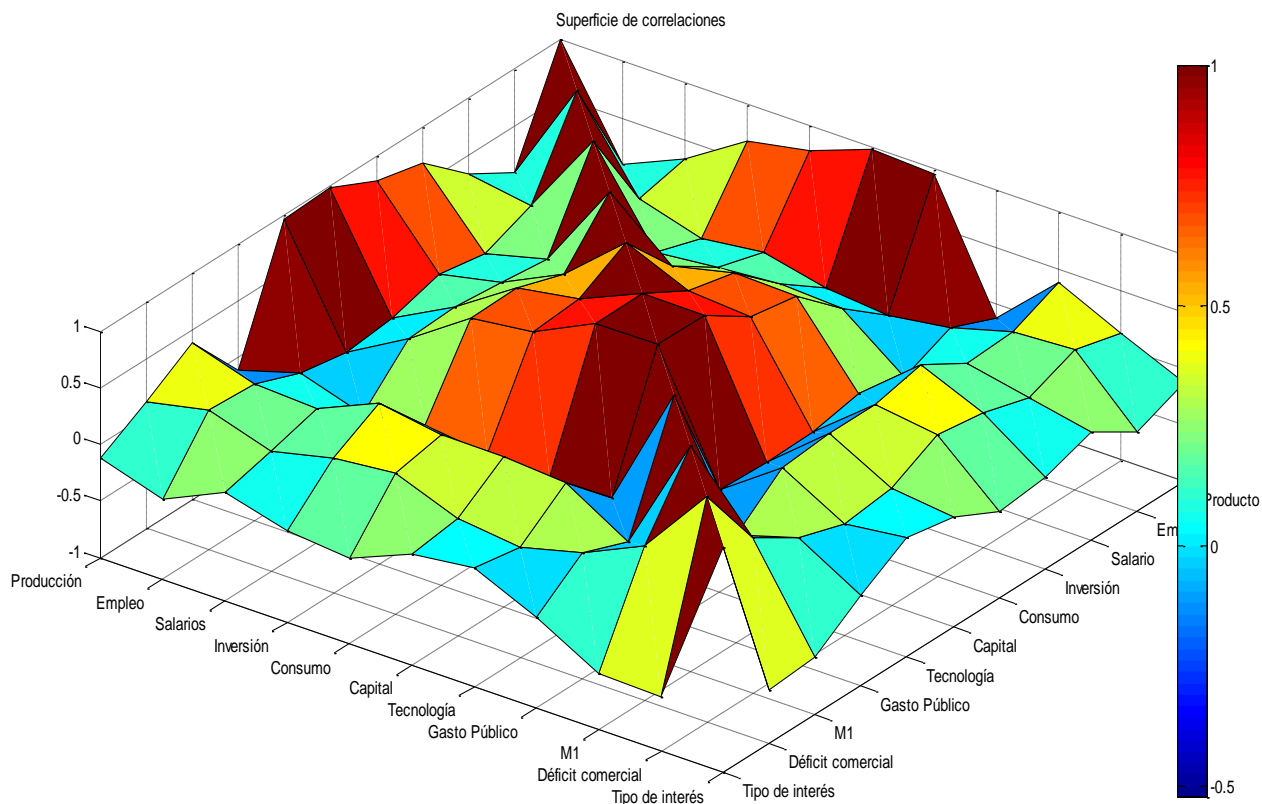
La frecuencia de todas las variables analizadas es trimestral. El conjunto de variables empleado para realizar el análisis consiste en las series temporales del producto, el número de empleados, los salarios, el consumo, el capital, la tecnología, el gasto público, la masa monetaria (M1), el déficit comercial y el tipo de interés de política monetaria.

De la matriz de correlaciones surgen varios hechos estilizados para el ciclo de los agregados macroeconómicos de Paraguay. En primer lugar, la dinámica del capital y de la tecnología muestra una correlación positiva, casi perfecta, con el producto con coeficientes de correlación de 0,98 y de 0,96. En segundo lugar, los tipos de interés ex ante (definidos como  $r_t = i_t - \Delta p_{t+1}$ ) y el gasto público muestran una débil correlación negativa con el mismo de -0,117 y -0,118. Por último, los movimientos cíclicos del empleo y del déficit comercial presentan una baja correlación positiva con las fluctuaciones del producto con valores para el coeficiente de correlación de 0,088 y 0,119.

**Tabla 1: Matriz de correlaciones empíricas.**

VARIABLES	Producto	Empleo	Salarios	Inversión	Consumo	Capital	Tecnología	Gasto Público	M1	Déficit Comercial	Tipo de interés
Producto	1,00	0,09	0,34	0,68	0,79	0,99	0,96	-0,12	0,38	0,12	-0,12
Empleo	0,09	1,00	0,24	0,08	0,15	0,02	-0,03	0,05	0,21	0,24	-0,30
Salarios	0,34	0,24	1,00	0,22	0,27	0,31	0,29	-0,13	0,18	0,06	-0,05
Inversión	0,68	0,08	0,22	1,00	0,53	0,67	0,66	-0,02	0,42	0,19	-0,19
Consumo	0,79	0,15	0,27	0,53	1,00	0,76	0,73	-0,09	0,33	0,25	-0,24
Capital	0,99	0,02	0,31	0,67	0,76	1,00	0,99	-0,11	0,33	0,04	-0,02
Tecnología	0,96	-0,03	0,29	0,66	0,73	0,99	1,00	-0,10	0,29	-0,02	0,05
Gasto Público	-0,12	0,05	-0,13	-0,02	-0,09	-0,11	-0,10	1,00	-0,04	0,12	-0,20
M1	0,38	0,21	0,18	0,42	0,33	0,33	0,29	-0,04	1,00	0,37	-0,50
Déficit Comercial	0,12	0,24	0,06	0,19	0,25	0,04	-0,02	0,12	0,37	1,00	-0,52
Tipo de interés	-0,12	-0,30	-0,05	-0,19	-0,24	-0,02	0,05	-0,20	-0,50	-0,52	1,00

**Figura 1: Superficie de correlaciones empíricas**



**Fuente: Elaboración propia a partir de datos del BCP**

A efectos de enriquecer el análisis realizado, es interesante determinar qué variables sirven para comprender la dirección futura de las fluctuaciones y cuales nos informan del pasado. En este sentido, una variable lidera el output en  $i$ -trimestres, si correlación cruzada hace un máximo (en valor absoluto)  $i$ -trimestres antes que el output. Para los fines de este estudio, se define como correlación cruzada en “ $i$ ” a la correlación cruzada entre la variable “ $z$ ”, en el período “ $t+i$ ” y el PIB en el período “ $t$ ”. La amplitud del período “ $i$ ” depende de la duración del ciclo; en este paper se ha utilizado un intervalo de tiempo que va desde  $t-4$  a  $t+4$ .

La interpretación de los resultados es muy sencilla. Cuando la correlación más alta entre el ciclo de la variable “ $z$ ” y el ciclo del PIB ocurre en  $t+4$ , la variable se rezaga con respecto al ciclo del producto en cuatro períodos y, cuando sucede lo opuesto, la variable se adelanta.

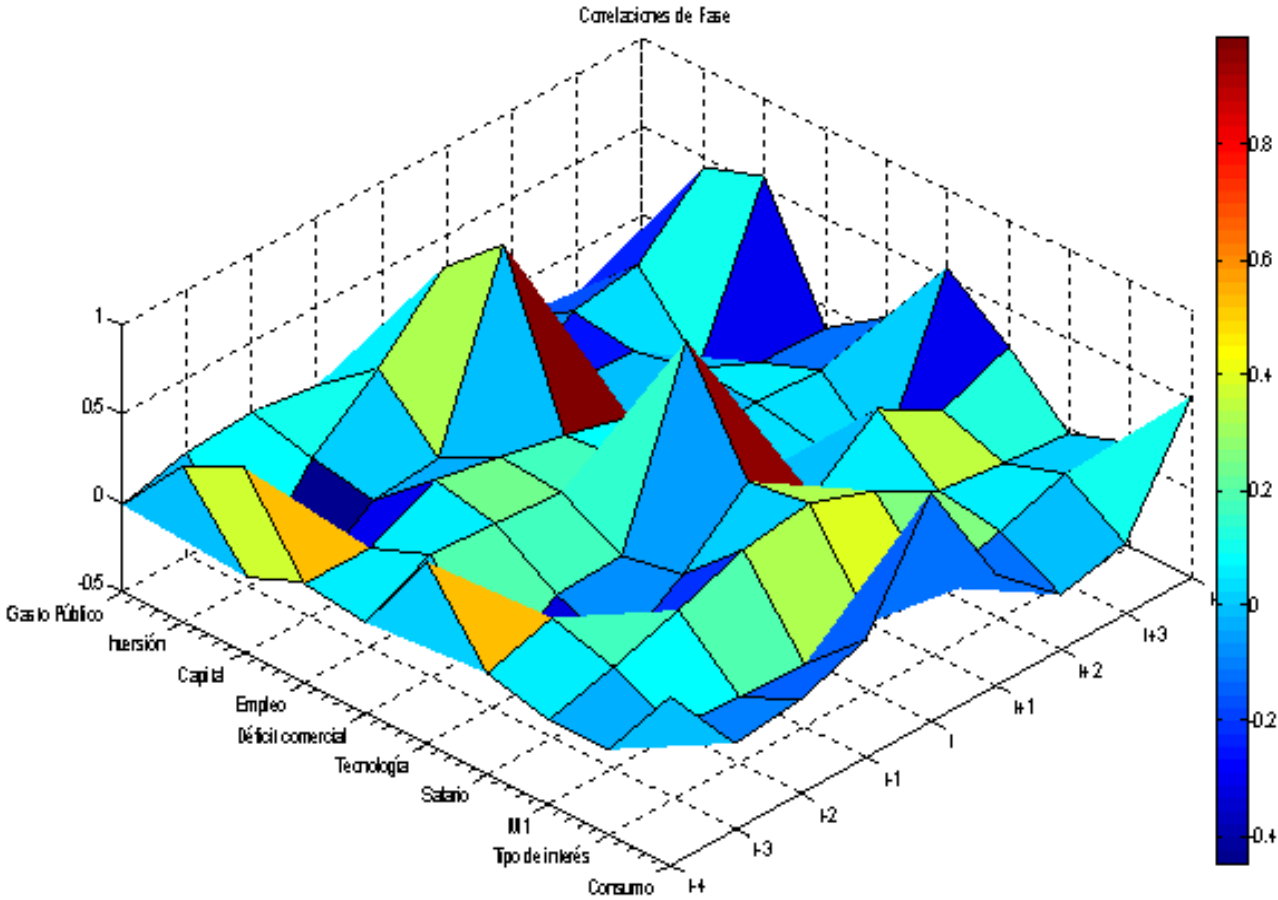
Utilizando esta metodología se obtiene que otro hecho estilizado de los ciclos de la economía paraguaya es, tal y como se puede observar en la Tabla 2 en la que se explicitan las correlaciones de fase, que el gasto público y los salarios son variables rezagadas, mientras que las variables que lideran el ciclo del producto son el tipo de interés, el empleo y el déficit comercial. Por su parte, inversión capital, tecnología y cantidad de dinero alcanzan sus máximos de correlación con el producto de forma contemporánea.

**Tabla 2: Matriz de correlaciones de fase**

Fase del ciclo	Gasto público	Inversión	Capital	Empleo	Déficit Comercial	Tecnología	Salarios	M1	Tipo de Interés	Consumo
t-4	-0,01	0,38	0,54	0,06	0,01	0,52	0,07	-0,03	-0,02	0,44
t-3	0,09	-0,45	-0,31	0,06	<b>0,19</b>	-0,32	0,18	0,07	-0,10	-0,01
t-2	0,11	0,02	-0,04	<b>0,24</b>	0,16	-0,07	-0,22	0,19	-0,13	0,02
t-1	0,06	0,32	-0,02	0,16	0,14	-0,05	0,01	0,33	<b>-0,15</b>	0,16
T	-0,12	<b>0,68</b>	<b>0,99</b>	0,09	0,12	<b>0,96</b>	0,34	<b>0,38</b>	-0,12	<b>0,79</b>
t+1	-0,08	-0,26	0,00	-0,01	0,04	-0,02	0,06	0,25	-0,12	0,13
t+2	-0,18	0,03	-0,02	0,06	0,04	-0,03	<b>0,34</b>	0,05	0,00	-0,19
t+3	-0,23	0,10	-0,30	-0,11	0,02	-0,31	0,13	0,00	0,11	-0,11
t+4	<b>-0,28</b>	0,45	0,56	-0,12	0,11	0,56	0,29	-0,04	0,09	0,52

Los mismos resultados pueden graficados tridimensionalmente tal y como se muestra en la Figura 2. La superficie de correlación de fase, a través la acumulación de picos de elevada correlación de forma contemporánea para el período t en variables como el consumo, el capital y la tecnología, permite observar como es de forma contemporánea donde las relaciones que conectan las variables son más intensas.

**Figura 2: Superficie de correlaciones de fase**



**Fuente: Elaboración propia a partir de datos del BCP**

Por lo que se refiere al grado de intensidad de las fluctuaciones respecto de sus respectivas tendencias, las variables que presentan una mayor volatilidad en la economía del Paraguay son de mayor a menor: masa monetaria, déficit comercial, gasto público, inversión, capital, output, empleo, salario y consumo tal y como se puede observar en la Tabla 3.

**Tabla 3: Segundos momentos empíricos**

<b>VARIABLE</b>	<b>Volatilidad</b>	<b>Tasa de crecimiento</b>	<b>Volatilidad del crecimiento</b>
Producto	0,1100	0,0064	0,0506
Empleo	0,1090	0,0063	0,0220
Salario	0,1000	0,0319	0,0717
Inversión	0,1830	0,0014	0,1385
Consumo	0,0900	0,0053	0,0505
Capital	0,1530	0,0079	0,1266
Tecnología	0,0853	0,0001	0,0049
M1	0,3300	0,0170	0,0538
Déficit comercial	0,3200	0,0054	0,2262
Tipo de interés	0,0800	-0,3426	2,2968
Gasto Público	0,2400	0,0126	0,1261

En lo que respecta al crecimiento de las variables, destaca el hecho de que el output haya crecido a una tasa del 0,6% trimestral, que hace un 2,4% anual, así como la capitalización de la economía que lo ha hecho al 0,07% trimestral. Otro hecho remarcable es que el déficit comercial ha crecido de forma sostenida a un ritmo del 0,541 % trimestral, que anualmente se traduce en aproximadamente un 2%, siendo también la variable que presenta una tasa de crecimiento más volátil a lo largo del período estudiado, seguida de la inversión. Por su parte, la inversión, si se omiten variables nominales y de economía abierta, es con diferencia la variable más volátil de todas con una desviación estándar del 18,1 %.

### 3. El modelo de ciclos reales (RBC)

El modelo utilizado para estudiar el comportamiento de los ciclos económicos de Paraguay es un modelo neoclásico estándar de ciclos reales. El tiempo es discreto y la economía funciona durante  $T$  periodos, donde  $T = \infty$ . Se parte de un modelo sencillo de economía cerrada con dos tipos de agentes, las empresas y los hogares.

#### Empresas

Se asume que todas las empresas son idénticas y normalizamos su número a 1. De este modo, las empresas son tan pequeñas que sus decisiones de contratación no afectan a los salarios de los trabajadores y al precio que pagan por el capital. La empresa representativa en cada período produce el bien de consumo doméstico  $y_t$ . Denotamos por  $y_t$  al output de la empresa,  $h_t$  el número de trabajadores contratados por la empresa u horas de trabajo,  $k_t$  la cantidad de capital físico (máquinas, edificios) usado en la producción en el período  $t$ , que los hogares venden a las empresas. La tecnología de producción se describe a través de una función Cobb-Douglas:

$$(1) y_t = A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha}$$

Aquí,  $A_t$  es la variable tecnológica que determina para un nivel determinado de input cuánto output está siendo producido. Introducimos shocks exógenos al parámetro tecnológico  $A_t$  al que dejaremos variar con el tiempo, de manera que especificamos:

$$(2) A_t = A e^{z_t} \text{ con}$$

$$(3) z_t = \rho_z z_{t-1} + \varepsilon_t^z$$

Donde  $\varepsilon_t^z$  es un shock aleatorio extraído en cada período de la misma distribución normal con media cero y varianza  $\sigma_z^2$ . Los shocks en diferentes períodos se asumen independientes, tal que

técnicamente hablando,  $\{\varepsilon_t^z\}_{t=0}^{\infty}$  es una secuencia de variables aleatorias i.i.d. El número  $\rho_z$  es un parámetro que mide cuán persistente es el shock tecnológico, es decir, cómo se traduce un shock a la PTF en el pasado al presente.

La idea básica del modelo de ciclos reales es que si la productividad total de los factores (PTF), para un período en concreto, crece debido a un shock, el output también lo hará aún cuando todos los inputs productivos permanezcan constantes. La economía comenzará a mostrar fluctuaciones similares a las de los ciclos económicos, dirigidos por shocks a la PTF, que se irán propagando por la respuesta endógena de la oferta de trabajo.

El parámetro  $\alpha$  mide la importancia del input capital en la función de producción o alternativamente la participación del capital en el output. Además supondremos que cuando la empresa utiliza  $k_t$  máquinas en el período  $t$ , una fracción  $\delta$  se desgasta. Este proceso es llamado depreciación. Nótese que esta función de producción exhibe rendimientos a escala constantes, doblar los inputs resulta en doblar el output. A su vez, la empresa contrata trabajadores a un salario  $w_t$  por unidad de tiempo coincidente con su productividad marginal. Por simplicidad, además supondremos que la empresa adquiere el capital prestado de los hogares al precio  $r_t$ . La empresa toma los salarios y las tasas de interés como dadas y maximiza período tras período sus beneficios.

$$(4) \text{Max} D_t = (y_t - w_t h_t - r_t k_t)$$

Sujeto a:

$$(5) y_t = A_t e^{z_t} (k_t^\alpha h_t^{1-\alpha})$$

$$(6) A_t = A e^{z_t}$$

$$(7) z_t = \rho_z z_{t-1} + \varepsilon_t^z$$

$$(8) k_t, h_t, A_0 > 0$$



## Hogares

Los hogares viven T períodos. Todos son completamente idénticos y por simplicidad su número total es normalizado a 1. Este es un supuesto crucial, ya que asegura que los hogares no van a poder afectar a los precios de mercado en la economía, es decir, van a comportarse de forma competitiva. Su decisión cada periodo es cuánto consumir, ahorrar y trabajar. Suponemos que su dotación de tiempo es uno y se divide en horas de ocio y de trabajo,  $l_t + h_t \leq 1$  donde  $l_t$  es el ocio y  $h_t$  las horas trabajadas. Así, el problema de maximización de utilidad al que se enfrenta el consumidor prototípico es el siguiente:

$$\text{Max} \left\{ c_t, a_{t+1}, l_t \right\}_{t=0}^T \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{ \log c_t - \psi \log(1-l_t) \}$$

Sujeto a:

$$(10) \quad c_t + i_t \leq A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha}$$

$$(11) \quad i_t = a_{t+1} - (1-\delta)a_t$$

$$(12) \quad a_{T+1} = 0$$

$$(13) \quad c_t \geq 0, a_{t+1} \geq 0, \text{ y } a_0 \text{ está dado.}$$

La formulación del Lagrangiano ignorando las restricciones de desigualdad resulta en:

$$\begin{aligned} L = & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [u(c_t) - \psi \log(h_t)] + \sum_{t=0}^{\infty} \lambda_t [A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} + (1-\delta)k_t - c_t - k_{t+1}] = \\ & \beta^t [u(c_t) - \psi \log(h_t)] + \lambda_t [A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} + (1-\delta)k_t - c_t - k_{t+1}] + \\ & \beta^{t+1} [u(c_{t+1}) - \psi \log(h_{t+1})] + \lambda_{t+1} [A_{t+1} k_{t+1}^\alpha h_{t+1}^{1-\alpha} + (1-\delta)k_{t+1} - c_{t+1} - k_{t+2}] + \dots \end{aligned}$$

Tomando las condiciones de primer orden con respecto de  $c_t, h_t, c_{t+1}, k_{t+1}$  e igualando a cero se tiene que:

$$(14) \beta^t u'(c_t) = \lambda_t$$

$$(15) \lambda_t (1-\alpha) A_t \left( \frac{k_t}{h_t} \right)^\alpha = \frac{\beta^t \psi}{h_t}$$

$$(16) \beta^{t+1} u'(c_{t+1}) = \lambda_{t+1}$$

$$(17) \lambda_t = \lambda_{t+1} \left[ \alpha A_t \left( \frac{h_{t+1}}{k_{t+1}} \right)^{1-\alpha} + (1-\delta) \right]$$

Combinando (14), (16) y (17) se obtiene la ecuación intertemporal de Euler:

$$(18) u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1}) \left[ \alpha A_t \left( \frac{h_{t+1}}{k_{t+1}} \right)^{1-\alpha} + (1-\delta) \right]$$

Combinando (14) y (15) se obtiene la condición de optimalidad intratemporal que iguala el producto marginal del trabajo con la tasa de sustitución marginal entre ocio y consumo:

$$(19) (1-\alpha) A_t \left( \frac{k_t}{h_t} \right)^\alpha = \frac{\psi}{h_t u'(c_t)}$$

## 4. La resolución del modelo: el equilibrio competitivo y el estado estacionario

Dado un nivel inicial de activos  $a_0$ , un equilibrio competitivo para esta economía es un conjunto de localizaciones para el hogar representativo  $\{c_t, a_{t+1}, l_t\}_{t=0}^T$  para la empresa representativa  $\{k_t, h_t\}_{t=0}^T$  y precios  $\{w_t, r_t\}_{t=0}^T$  tal que, dados  $\{w_t, r_t\}_{t=0}^T$ , la localización de los hogares resuelve el sistema de ecuaciones (10) a (17), la de las empresas resuelve el sistema de ecuaciones (4) a (8) y se satisfacen las condiciones de vaciado de los mercados (20), (21) y (22).

$$(20) \quad c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t = k_t^\alpha h_t^{1-\alpha}$$

$$(21) \quad h_t^d = h_t^s$$

$$(22) \quad a_t = k_t$$

El conjunto de ecuaciones que determina el equilibrio de este sencillo sistema económico es el siguiente:

$$\text{Ecuación Intertemporal o Euler : } u'(c_t) = \beta u(c_{t+1}) \left[ \alpha A_t \left( \frac{h_{t+1}}{k_{t+1}} \right)^{1-\alpha} + (1 - \delta) \right]$$

$$\text{Ecuación Intratemporal: } (1 - \alpha) A_t \left( \frac{k_t}{h_t} \right)^\alpha = \frac{\psi}{h_t u'(c_t)}$$

$$\text{Salarios: } w_t = (1 - \alpha) A_t \left( \frac{k_t}{h_t} \right)^\alpha$$

$$\text{Tipo de interés: } r_t = \alpha A_t \left( \frac{k_t}{h_t} \right)^{\alpha-1}$$

$$\text{Factibilidad de recursos: } c_t + k_{t+1} = A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} + (1 - \delta)k_t$$

$$\text{Tecnología: } \ln A_{t+1} = \rho \ln A_t + \sigma \varepsilon_{t+1}$$

Utilizando la metodología de Uribe y Grohé (2004) se pueden caracterizar las condiciones de equilibrio de una amplia variedad de modelos de equilibrio dinámico en macroeconomía del siguiente modo:

$$(23) E_t f(y_{t+1}, y_t, x_{t+1}, x_t) = 0$$

Donde  $E_t$  denota la expresión matemática del operador de expectativas condicionado a la información disponible en el momento  $t$ . El vector  $x_t$  de variables predeterminadas es de tamaño  $n_x \times 1$  y el vector  $y_t$  de variables no predeterminadas es de tamaño  $n_y \times 1$ . Definiendo  $n = n_x \times 1 + n_y \times 1$ , la función  $f$  mapea  $R^{n_x} \times R^{n_x} \times R^{n_y} \times R^{n_y}$  en  $R^n$ . El vector  $x_t$  así mismo puede partirse en  $x_t = [x_t^1, x_t^2]$  donde  $x_t^1$  está formado por variables de estado endógenas predeterminadas y el vector  $x_t^2$  por variables de estado exógenas. Si se asume que  $x_t^2$  sigue un proceso que puede ser descrito por:

$$(24) x_{t+1}^2 = \Lambda x_t^2 + \eta \sigma \varepsilon_{t+1}$$

Donde  $x_t^2$  y  $\varepsilon_{t+1}$  son de tamaño  $n_\varepsilon \times 1$ ,  $\eta$  es de tamaño  $n_\varepsilon \times n_\varepsilon$ ,  $\sigma \geq 0$  y los autovalores de  $\Lambda$  tienen módulo inferior a la unidad siendo  $y_t = [c_t, h_t, r_t, w_t]$  y  $x_t = [k_t, \ln A_t]$ , entonces tenemos que las condiciones de equilibrio de nuestro modelo neoclásico de crecimiento simple vienen dadas por:

$$E_t f(y_{t+1}, y_t, x_{t+1}, x_t) = E_t \begin{bmatrix} y_{1,t}^{-\gamma} - \beta y_{1,t+1}^{-\gamma} \left\{ \alpha e^{x_{2,t+1}} x_{1,t+1}^{\alpha-1} y_{2,t+1}^{1-\alpha} + (1-\delta) \right\} \\ (1-\alpha) e^{x_{2,t}} x_{1,t}^\alpha y_{2,t}^{\alpha-1} - \psi y_{1,t}^\gamma \\ y_{3,t} - (1-\alpha) e^{x_{2,t}} x_{1,t}^\alpha y_{2,t}^{\alpha-1} \\ y_{4,t} - \alpha e^{x_{2,t}} x_{1,t}^{\alpha-1} y_{2,t}^{1-\alpha} \\ y_{1,t} + x_{1,t+1} - e^{x_{2,t}} x_{1,t}^\alpha - (1-\delta) x_{1,t} \\ x_{2,t+1} - \rho x_{2,t} \end{bmatrix}$$

$\forall t \geq 0$  dados  $k_0$  y  $A_0$ . Donde  $y_{it}$  y  $x_{it}$  denotan respectivamente el  $i$ -ésimo elemento de los vectores  $x$  e  $y$ . La solución al modelo expresado en la ecuación (23) es de la forma:

$$(25) \quad y_t = g(x_t, \sigma)$$

$$(26) \quad x_{t+1} = h(x_t, \sigma) + v\sigma\varepsilon_{t+1}$$

Donde  $g$  mapea  $R^{n_x} \times R^+$  en  $R^{n_y}$  y  $h$  mapea  $R^{n_x} \times R^+$  en  $R^{n_x}$ . La matriz  $v$  es de orden  $n_x \times n_\varepsilon$  y viene dada por:

$$(27) \quad v = \begin{bmatrix} \phi \\ \eta \end{bmatrix}$$

El problema es que la ecuación de Euler no es lineal, por lo que habrá que hacerla lineal, aproximando la ecuación no lineal alrededor de su estado estacionario. Es decir, utilizamos una aproximación de Taylor de primer orden. Para más detalle en la derivación y teoría subyacente utilizada en la solución consultar el Apéndice III.

## 5. Calibración y resultados de la economía artificial

El entorno descrito por el modelo es consistente, con múltiples procesos de equilibrio para las variables de interés, y provee un marco apropiado para estudiar los ciclos económicos. La idea subyacente a la construcción de este tipo de economía artificial es que se ha observado que a lo largo del tiempo, ciertos ratios en las economías, como el del capital-trabajo y el de output-consumo, son más o menos constantes. Es decir, hay estructuras de relación entre variables que presentan valores aproximadamente constantes en el largo plazo.

Para generar consistencia con las observaciones de crecimiento empíricas y hacer del modelo un elemento de trabajo útil a la hora de estudiar las fluctuaciones económicas en la economía paraguaya, se ajustarán los valores de los parámetros estructurales en el modelo simulado, de modo que el comportamiento de la economía artificial reproduzca las principales características de los datos medibles en el largo plazo.

Se eligen los valores del modelo de economía para que mimeticen la economía del Paraguay en su evolución a largo plazo. Los parámetros a determinar son:  $\alpha, \beta, \delta, \rho$  y  $\psi$ . El proceso de determinación de estos parámetros es usualmente denominado calibración. A continuación se explica detalladamente el procedimiento de calibración de los parámetros para Paraguay.

Las participaciones del capital y del trabajo para la función de producción del tipo Cobb-Douglas escogida, se derivan de forma trivial. Definiendo la participación del trabajo como la fracción del output que es pagada como ingreso laboral, esto es, el ratio del ingreso laboral  $w_t h_t$  con respecto al output  $y_t$ . La participación del trabajo se expresa como:

$$(28) \quad 1 - \alpha = \frac{w_t h_t}{y_t}.$$

Un cálculo simple muestra que:

$$(29) \frac{w_t h_t}{y_t} = \frac{(1-\alpha)A_t \left(\frac{k_t}{h_t}\right)^\alpha h_t}{A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha}} = 1-\alpha .$$

De igual modo, el ingreso del capital viene dado por el producto de las rentas del capital y el total de capital utilizado en la producción, y por ende la participación del capital es igual a:

$$(30) \alpha = \frac{r_t k_t}{y_t}$$

Por tanto, se quiere elegir un valor para  $\alpha$  que se corresponda con la participación del capital en los datos. En principio, esto podría parecer sencillo de hacer, hasta que uno nota que no es completamente obvia la manera de computar las participaciones del capital y trabajo en los datos. Un problema importante son los ingresos de los propietarios, es decir, el ingreso recibido por la gente que es propietaria y lleva su negocio proveyendo ambos, trabajo y capital al negocio. Si eres propietario de la casa en la que vives, conceptualmente el alquiler que deberías cobrarte a ti mismo contaría como ingreso de capital. En la práctica, las estadísticas no suelen reflejar esto.

Para no entrar en detalles sucios, se ha escogido por compromiso  $\alpha = 0,4$  y  $1-\alpha = 0,6$ , siendo éste un valor común en la literatura. La calibración del parámetro  $\delta$  se realiza de forma directa. En el estado estacionario se tiene que  $k_{t+1} = k_t$  y dada la ley del movimiento del capital  $i_t = k_{t+1} - (1-\delta)k_t$  esto implica que:

$$(31) \delta = \frac{\frac{i}{k}}{\frac{y}{k}} = \frac{0.1917}{2.57466} = 0.07445643$$

La ecuación fundamental para elegir el parámetro  $\beta$  es la ecuación de Euler. Para la forma de utilidad funcional especificada se tiene que:

$$(32) u'(c_t) = \beta u(c_{t+1}) \left[ \alpha A_t \left( \frac{h_{t+1}}{k_{t+1}} \right)^{1-\alpha} + (1-\delta) \right] \text{ y en el estado estacionario:}$$

$$(33) \frac{u(c_t)}{u(c_{t+1})} = \frac{u(c)}{u(c)} = 1 = \beta [r + (1-\delta)]$$

Ahora bien, definiendo  $r$  como el tipo de interés real a largo plazo ex-ante  $r_t = i_t - \Delta p_{t+1}$ , que para la economía paraguaya toma el valor de 0.1506, en el estado estacionario se tiene que de este modo  $\beta = 0.93$ .

De la ecuación infratemporal:

$$(34) (1-\alpha)A_t \left( \frac{k_t}{h_t} \right)^\alpha = \frac{\psi}{h_t u'(c_t)} \text{ se obtiene que en el estado estacionario:}$$

$$(35) \frac{y}{c} = \frac{\psi}{(1-\alpha)}.$$

Puesto que  $\frac{y}{c} = 1.25$  entonces,  $\psi = 0.75$ .

El producto, en el modelo descrito, es producido de acuerdo a la función de producción:

$$(36) y_t = A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha}, \text{ de modo que, tomando logaritmos se obtiene:}$$

$$(37) \log(y_t) = \log(A_t) + \alpha \log(k_t) + (1-\alpha) \log(h_t)$$

$$(38) \log(A_t) = \log(y_t) - \alpha \log(k_t) - (1-\alpha) \log(h_t)$$

Puesto que con los datos se puede medir  $y_t, h_t, k_t$ , se puede construir, condicionado a fijar previamente un valor para  $\alpha$ , series temporales para  $\log(A_t)$ . La variable  $\log(A_t)$  o  $A_t$  es conocida como el residuo de Solow y mide los shocks tecnológicos. Nótese que:

$$(39) \log(A_t) - \log(A) = z_t \text{ y que:}$$



$$(40) z_t = \rho_z (\log(A_{t-1}) - \log(A)) + \varepsilon_t$$

Por tanto:

$$(41) \log(A_t) = (1 - \rho_z) \log(A) + \rho_z \log(A_{t-1}) + \varepsilon_t$$

De modo que con datos de  $\{\log(A_t)\}$  se corre la regresión:  $\log(A_t) = \alpha_1 + \alpha_2 \log(A_{t-1}) + \varepsilon_t$  y se toma el estimador mínimo-cuadrático  $\hat{\alpha}_2$  como el valor estimado de  $\rho_z$ .

Los residuos estimados son:

$$(42) \hat{\varepsilon}_t = \log(A_t) - \hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2 \log(A_{t-1}) \text{ por lo que se puede obtener un estimador para } \sigma_z^2:$$

$$(43) \hat{\sigma}_z^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T \hat{\varepsilon}_t^2.$$

Para la economía paraguaya se ha obtenido valores de  $\hat{\alpha}_2 = \rho_z = 0,82$  y que  $\sigma_z^2 = 0,18$  como coeficientes del proceso tecnológico con el que se alimenta el modelo. Una síntesis de los valores de los parámetros estructurales que definen el comportamiento del Paraguay a largo plazo obtenidos en el ejercicio de calibración, se encuentra adjuntada en la Tabla 4, mientras que los valores obtenidos tras la resolución del modelo, de las diferentes variables en el estado estacionario, se encuentran en la Tabla 5.

**Tabla 4: Parámetros estructurales de largo plazo en Paraguay**

	Parámetros	Valor Calibrado
Descuento	B	0,934
Cuadratura función de utilidad	$\Sigma$	1
Desutilidad marginal del trabajo	$\Psi$	0,8168
Depreciación del capital	$\Delta$	0,074
Persistencia procesos tecnológicos	P	0,82
Participación del capital	A	0,4

**Tabla 5: Estado estacionario de las variables macroeconómicas**

Variable	Valor estado estacionario
Capital (k)	1
Consumo (c)	0,319
Inversión (i)	0,0753
Producto (y)	0,3952
Empleo (h)	0,6
Salario (w)	0,4517
Tipo de interés (r)	0,1506
Ocio (l)	0,5

Como puede comprobarse en la tabla de valores del estado estacionario, una de las características destacables de la economía Paraguaya, calibrada con los datos históricos desde 1994, es que el tipo de interés se sitúa en un 15,06%, lo que determina un valor del parámetro de sustitución intertemporal de la utilidad derivada de las decisiones de consumo y trabajo  $\beta$  relativamente bajo, en comparación con el de las economías desarrolladas. Por su parte, la estructura de correlaciones teóricas derivada de la simulación de esta economía artificial es la expuesta en la Tabla 6.

**Tabla 6: Correlaciones teóricas**

	Capital	Consumo	Inversión	Producción	Trabajo	Salario	Tipo de interés	Tecnología
Capital	1	0.9343	0.2109	0.6729	0.1782	0.8158	0.1035	0.5403
Consumo	0.9343	1	0.5455	0.8924	0.5173	0.9684	0.4513	0.8048
Inversión	0.2109	0.5455	1	0.8650	0.9994	0.7373	0.9941	0.9365
Producción	0.6729	0.8924	0.8650	1	0.8478	0.9767	0.8055	0.9861
Trabajo	0.1782	0.5173	0.9994	0.8478	1	0.7144	0.9972	0.9243
Salario	0.8158	0.9684	0.7373	0.9767	0.7144	1	0.6596	0.9274
Tipo de interés	0.1035	0.4513	0.9941	0.8055	0.9972	0.6596	1	0.8929
Tecnología	0.5403	0.8048	0.9365	0.9861	0.9243	0.9274	0.8929	1

Con respecto a los co-movimientos que arroja la estructura de correlaciones del modelo simulado, se puede concluir que difieren notablemente de los observados en la realidad

empírica. Primero, las correlaciones entre el tipo de interés y el resto de variables son positivas, mientras que el análisis empírico mostraba que a lo largo del ciclo el tipo de interés se correlacionaba negativamente con todos los agregados de estudio. La correlación entre tecnología y empleo es positiva, mientras que en la realidad se observa una ligera correlación negativa. Así mismo, el patrón de correlaciones entre el resto de variables no es capaz de captar con fidelidad las intensidades de relación que se dan en el ciclo. Esta diferencia en la estructura de relación teórica respecto de la empírica es fundamentalmente el problema que se observa en el modelo de ciclos reales para capturar la realidad de los movimientos de los agregados en Paraguay.

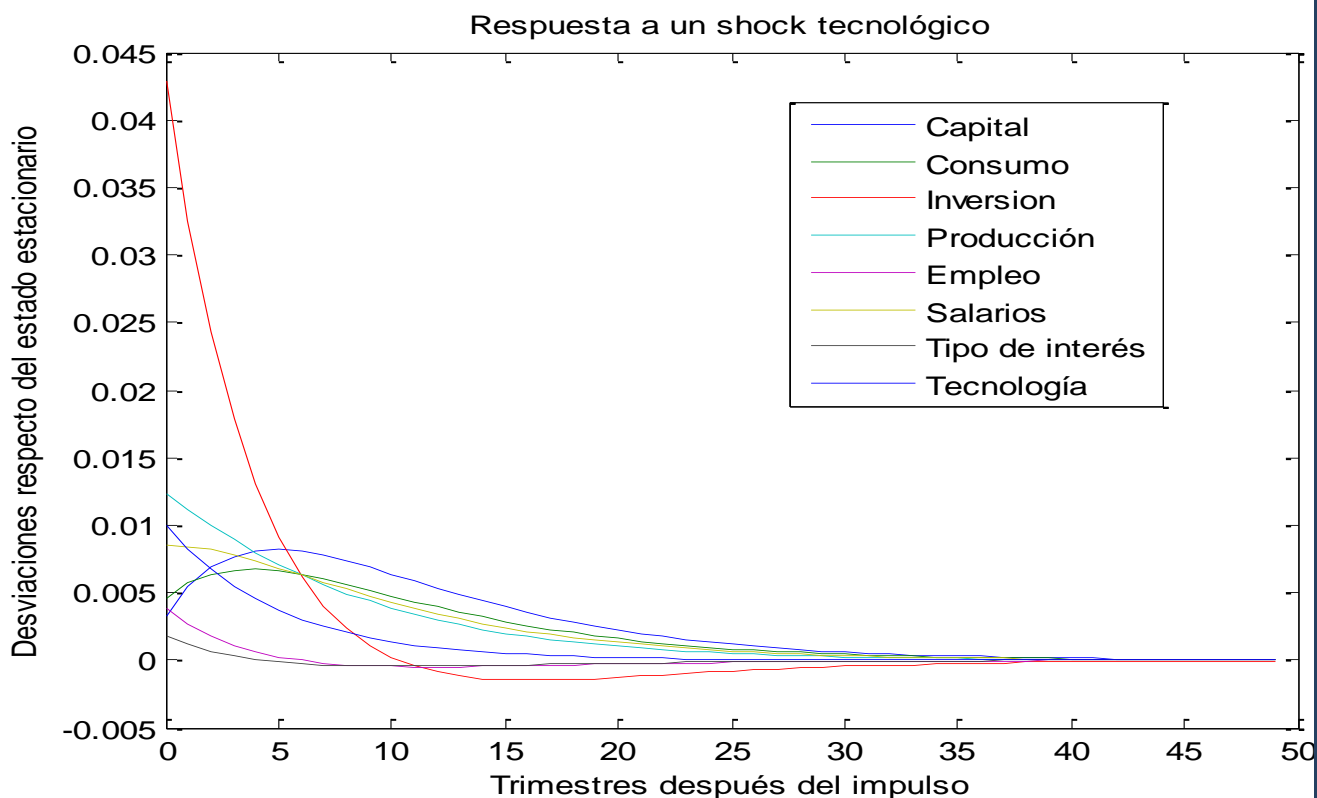
Sin embargo, el modelo se comporta relativamente mejor a la hora de reproducir los resultados de los segundos momentos de las variables, siendo éstos relativamente más satisfactorios, ya que, para la estructura de volatilidades, la simulación se muestra más ajustada a la realidad empírica. En la Tabla 7 puede observarse como el modelo es relativamente bueno ajustando la volatilidad del consumo, del empleo, de los salarios, del proceso tecnológico y del capital. Falla a la hora de simular la volatilidad de la inversión, puesto que produce resultados aproximadamente tres veces más volátiles que en la realidad, mientras la volatilidad del ciclo del output es a su vez dos veces superior a la real. Igualmente falla al capturar el comportamiento del tipo de interés. El tipo de interés, por otra parte, aparece como una variable de baja oscilación, mientras los datos empíricos muestran que es cuatro veces más volátil de lo que el modelo predice.

**Tabla 7: Volatilidades teóricas y empíricas**

Variable	Desviación típica simulada	Desviación típica real
Capital	0,10	0,15
Consumo	0,09	0,09
Inversión	0,51	0,18
Producción	0,27	0,11
Trabajo	0,08	0,11
Salarios	0,06	0,10
Tipos de interés	0,02	0,08
Tecnología	0,12	0,09

Las funciones de impulso respuesta muestran diferentes dinámicas de respuesta tras el período inicial en el que el shock tecnológico tiene lugar teniendo a todas ellas en común, de tal manera que un shock tecnológico positivo, tal y como se ha introducido en el código de MATLAB, tiene un efecto positivo en el signo de la desviación del estado estacionario en todas ellas. La inversión se dispara un 50% por encima de su nivel de estado estacionario para decrecer de forma acelerada, retornando al punto de equilibrio a los doce trimestres. El capital por su parte se desvía a un ritmo creciente durante 6 trimestres, para decrecer de forma paulatina. De hecho, el capital es la variable que más tarda en volver a su nivel original tras un shock tecnológico. El consumo describe un comportamiento similar al del capital por su relación en la ecuación de Euler, pero la fluctuación es más moderada, los hogares alisan su senda de consumo. El resto de variables tiene un comportamiento menos interesante, todas ellas retornan a su nivel de equilibrio tras ocho años.

**Gráfico 2: Dinámica del modelo tras un shock tecnológico**



**Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del BCP**

## 6. El modelo VAR estructural con restricciones de largo plazo

Los VAR estructurales son la extensión tradicional del análisis VAR. Difieren del original en el hecho de que existe un intento de identificar un conjunto de perturbaciones independientes por medio de la teoría económica, en lugar de las famosas restricciones ateóricas.

Junto con la crítica de Lucas, el criticismo con respecto a los modelos de gran escala en los 80', expuesto por Chris Sims, planteaba que estos modelos imponían restricciones de identificación no creíbles para derivar una estructura parsimoniosa. El modelador macroeconómico podía elegir que variables incluir como determinantes en cada ecuación y hacer asunciones sobre si la variable se debería considerar exógena o endógena. De esta forma, las asunciones se podían llevar a cabo en base a las creencias del modelador o su comprensión de la teoría económica.

En un intento para sobrellevar estos problemas, particularmente a la hora de determinar qué variables considerar endógenas y cuales exógenas, surge la metodología de los VAR planteando el enfoque de "dejar que los datos hablen por sí mismos", haciendo todas las variables endógenas. En el marco teórico de los VAR cada variable, ya sea introducida en niveles o en primeras diferencias es tratada de forma simétrica en el sentido de que todas las variables en el sistema contienen el mismo número de regresores. No hay variables exógenas ni restricciones de identificación. El único rol para la teoría económica es especificar que variables incluir.

Este enfoque ateórico ha sido ampliamente criticado ya es improbable que el orden de las variables no sea importante. Hay  $n!$  posibles ordenaciones de las variables y los resultados de las predicciones de los VAR son altamente sensibles a dicha ordenación.

El modelo de vectores autorregresivos estructural (SVAR) surge de las contribuciones de Sims (1986) y de Blanchard y Watson (1986), para superar estos problemas. Es un enfoque

que se ha desarrollado en las dos últimas décadas, útil para identificar los efectos de diferentes políticas económicas y de las fluctuaciones de los ciclos económicos. La principal ventaja del análisis SVAR es que las restricciones necesarias para estimar el modelo VAR reducido, requeridas para la identificación del modelo estructural, vienen dadas por la teoría económica.

Un VAR es un sistema de ecuaciones simultáneas. Su representación en forma vectorial es la siguiente:

$$(44) Ay_t = B(L)y_{t-1} + C\varepsilon_t$$

Esta es una representación general donde  $y_t$  es un vector de variables endógenas, las variables  $y_{t-1}$  son sus valores rezagados y  $\varepsilon_t$  es un vector de términos de ruido blanco para cada variable. Este término de perturbación captura cualquier factor exógeno en el modelo. La matriz cuadrada  $n \times n$ ,  $A$ , donde  $n$  es el número de variables, contiene los parámetros estructurales de las variables endógenas contemporáneas. La matriz cuadrada  $C$  de tamaño  $n \times n$  contiene las respuestas contemporáneas a las innovaciones.  $B(L)$  es una matriz de polinomios de orden  $p$ -avo en el operador de rezagos  $L$ , donde  $p$  es el número de retardos utilizados en el modelo.

El problema con la representación del modelo VAR anterior es que los coeficientes de las matrices son desconocidos y las variables tienen efectos contemporáneos entre sí, por lo que es imposible determinar de forma única los valores de los parámetros en el modelo. De esta forma el modelo no está completamente identificado.

Sin embargo, el sistema anterior es posible transformarlo en una forma reducida para derivar representaciones estándar como la mostrada en (45), que facilita la estimación de los parámetros del modelo. Puesto que no hay efectos contemporáneos entre las variables para esta representación y cada ecuación contiene un conjunto común de regresores esto permite la estimación por mínimos cuadrados ordinarios:

$$(45) y_t = D(L)y_{t-1} + e_t$$

La transformación implica que:

$$(46) D(L) = A^{-1}B(L);$$

$$(47) e_t = A^{-1}C\varepsilon_t.$$

Los términos de error  $e_t$  en (45) son combinaciones lineales de shocks incorrelacionados  $\varepsilon_t$ . En este trabajo se ha optado por utilizar la identificación de los shocks ortogonales o innovaciones  $\varepsilon_t$  a través de las restricciones a largo plazo para capturar los shocks que dirigen el ciclo económico en Paraguay.

Los multiplicadores de largo plazo pueden derivarse de una representación de medias móviles tal y como sigue a continuación:

$$(48) y_t = [I - D(L)L]^{-1}e_t = [I - D(L)L]^{-1}AC\varepsilon_t = \phi(L)\varepsilon_t$$

El término  $\phi(L)\varepsilon_t = \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i L^i$  es el impacto de los cambios en shocks  $t$  reflejado en la respuesta de la variable  $y_{t+i}$ . Estos  $\phi_i$  son coeficientes de impacto de largo plazo y la suma de las respuestas de éstos hasta infinito es el multiplicador de largo plazo para cada variable. El conjunto de estos multiplicadores es la función de impulso respuesta.

Cuando estos shocks tienen efectos permanentes, el efecto a largo plazo de estos impulsos es igual a la suma de los coeficientes de  $\phi(L)$ , cuando  $L$  es igual a uno. De (3) se tiene que:

$$(49) \phi(1) = [I - D(1)]^{-1} A^{-1}C \text{ o } A^{-1}C = [I - D(1)]\phi(1)$$

Sea la matriz  $\Sigma$ :

$$(50) \Sigma = E[e_t e_t'] = A^{-1} C E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] C' A^{-1'} = A^{-1} C E \Omega C' A^{-1'}$$

Si se pega (49) en (50) se tiene que:

$$(51) [I - D(1)]^{-1} \Sigma [I - D(1)]^{-1'} = \phi(1) \Omega \phi(1)'$$

que es la expresión generalmente utilizada para parametrizar las respuestas a largo plazo.



## 7. Metodología y del SVAR

La implementación de restricciones a largo plazo, siguiendo el esquema teórico propuesto, permite descomponer las fluctuaciones del ciclo económico en Paraguay en las fluctuaciones ocasionadas por los shocks identificados como tecnológicos y los shocks no tecnológicos. Una herramienta para capturar la intensidad de la contribución relativa de dichos shocks es la descomposición de varianzas. La idea subyacente es que existe un porcentaje de error en la predicción del valor futuro de cada una de las variables del BIVAR asociado a la volatilidad que se deriva de la distribución de probabilidad del proceso aleatorio generador de los shocks.

El tratamiento de los datos introducidos en el sistema SVAR puede resumirse de la siguiente forma: a) Inicialmente se han introducido las variables en logaritmos, b) Se han filtrado los residuos estacionales por el procedimiento ARIMA X-12, c) Se han filtrado de nuevo las series suavizadas a través del filtro HP con  $\lambda=1600$ , d) Para determinar la estructura del modelo, se han aplicado varios test econométricos, a saber, los diferentes test de minimización de entropía y el test de raíces unitarias aumentado de Dickey Fuller, obteniendo los siguientes estadísticos:

**Tabla 8: Determinación del número de retardos**

Retardos	log.veros	p(RV)	AIC	BIC	HQC
1	425,33		-13,83	-13,83	-14,09
2	434,66	0	-14,436720*	-13,868322*	-14,215318*
3	435,52	0,79	-14,33	-13,62	-14,05
4	441,09	0,03	-14,38	-13,53	-14,05
5	443,27	0,36	-14,32	-13,32	-13,93
6	445,17	0,43	-14,25	-13,11	-13,8
7	448,84	0,12	-14,24	-12,96	-13,74
8	449,1	0,97	-14,11	-12,69	-13,55

**Tabla 9: Estadísticos de contraste del test de Dickey-Fuller**

Variable	En niveles	En primeras diferencias
Productividad trabajo	-2,62998	-8,06671
Productividad trabajo (sin tendencia)	-2,58806	-8,03833
Producción	-2,23928	-7,4922
Producción (sin tendencia)	-0,744386	-7,50843

Para  $\alpha=0.05$  el valor crítico del DK test en valor absoluto es 3,41.

Del análisis econométrico anterior, se deduce que introduciendo nuestras variables en primeras diferencias  $\{\Delta a_t, \Delta y_t\}$  e introduciendo en el vector rezagos, las mismas hasta dos períodos rezagadas, podemos obtener una estructura parsimoniosa del sistema VAR evitando funciones de impulso respuesta explosivas. Introducimos únicamente las variables dos períodos rezagadas dado que los criterios de Akaike, Bayesiano y de Hannan y Quinn arrojan los menores valores de pérdida de información para dicho orden de rezagos.

Utilizando la intuición económica propuesta por Galí (1999) de que sólo los shocks tecnológicos podrían tener un efecto permanente en la productividad del trabajo, se pueden identificar los shocks tecnológicos ( $\varepsilon_t^T$ ) en los datos. Este supuesto es relativamente poco restrictivo en comparación con la metodología de Blanchard y Quah (1987), aplicada para estudiar los efectos de los shocks de oferta y demanda en el desempleo, ya que también permite efectos permanentes de los shocks no tecnológicos.

Utilizando un SVAR bivalente con variables  $a_t$  (log productividad) y  $y_t$  (log producto) como en (52) imponemos que  $\phi_{12}(L) = 0$  sea cero en el largo plazo:

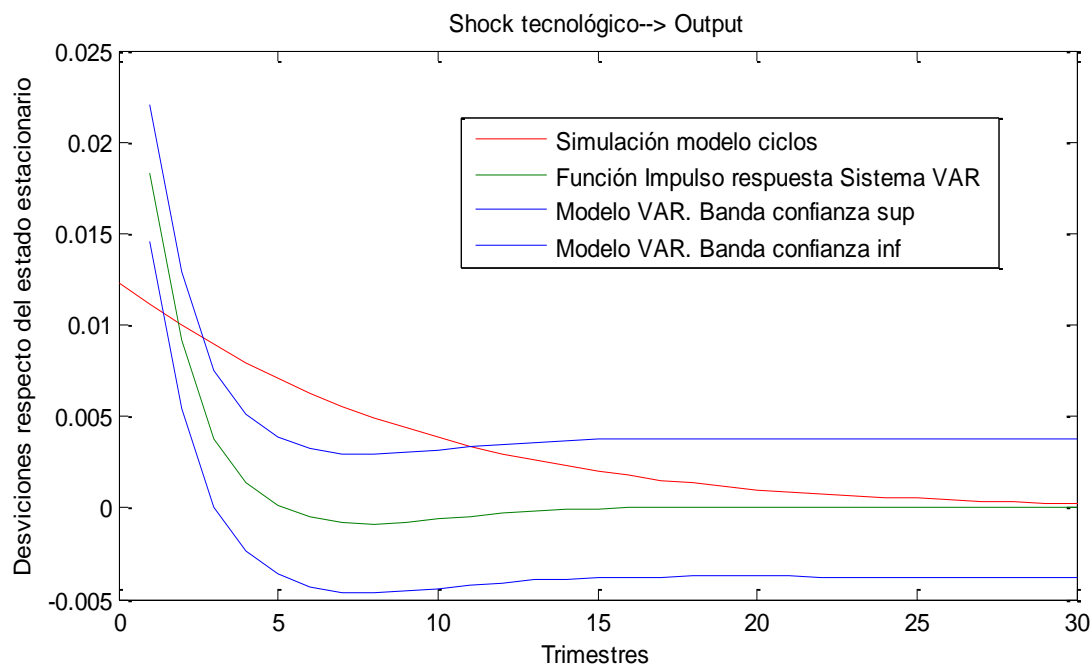
$$(52) \begin{pmatrix} \Delta a_t \\ \Delta y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11}(L) & \phi_{12}(L) \\ \phi_{21}(L) & \phi_{22}(L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_t^T \\ \varepsilon_t^{NT} \end{pmatrix}$$

La especificación en (52) está motivada por el hecho de que ambas variables presentan una raíz unitaria y es preciso tomar primeras diferencias para que el sistema sea estacionario.

### Dinámicas de respuesta

Las funciones de impulso respuesta derivadas de identificar el sistema bivalente autorregresivo a través la descomposición triangular inferior de Cholesky de la estructura de covarianzas, cuantifican efectos dinámicos similares entre el modelo teórico de ciclos y el VAR empírico, a la hora de estudiar, el impacto que tienen los shocks tecnológicos en el producto. Concretamente, la respuesta del producto a un shock tecnológico en el modelo empírico es positiva y cuantifica un 1.82% en el momento de impacto, volviendo el producto a su nivel de estado estacionario a los cinco períodos tras el shock. Estos resultados implican un mayor impacto de la tecnología en el producto que el que predice el modelo teórico, que pronostica una fluctuación del 1.23% del producto y que muestra un proceso de convergencia al estado estacionario mucho más lento que el que se deriva del modelo empírico tal y como podemos observar en el Gráfico 3.

**Gráfico 3. Modelo teórico vs Modelo empírico**



**Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del BCP**

Otro elemento a destacar que se puede obtener utilizando la identificación de los shocks tecnológicos propuesta por Galí (1999) y expuesta en (52) es la evolución de los procesos de la PTF y del producto cuando dejamos que los shocks se acumulen en el tiempo observando las funciones de impulso-respuesta acumuladas en el tiempo. El comportamiento que describen las variables puede observarse en los Gráficos 8-11 del Apéndice I.

La acumulación de shocks tecnológicos provoca que el producto, tras treinta trimestres, converja a un nuevo estado estacionario en el que el producto se situará a un nivel un 2.8% superior al existente inicialmente mientras que la acumulación de shocks no tecnológicos tras treinta trimestres dejará el producto en un nivel un 2.5% superior. Puesto que hemos impuesto una restricción en la matriz de coeficientes  $\phi_{12}(L) = 0$  obtenemos que los shocks no tecnológicos no desvían el proceso de la PTF de su equilibrio a largo plazo tal y como se observa en el gráfico 10.

La respuesta de la PTF a un shock tecnológico de una magnitud del 1% muestra una desviación en el impacto del 1.73%. El proceso vuelve rápidamente a su estado estacionario en un plazo no superior a los diez trimestres. Como se puede observar en el Gráfico 8 shocks acumulados del 1% en el proceso tecnológico hacen que la PTF cambie de estado estacionario de forma permanente situándose a los 30 períodos en un nivel un 3.2% superior al anterior.

Por su parte, la respuesta de la PTF a un shock no tecnológico positivo muestra una desviación del equilibrio tendencial del -0.25%, alcanzando su valor máximo positivo tras seis trimestres en un 0.12% por encima del nivel tendencia (ver Gráfico 5). La respuesta a shocks no tecnológicos acumulados que presenta el producto es la clásica documentada por estudios como el de Blanchard y Quah (1987) para los shocks de demanda. El shock tiene en el momento del impacto un efecto positivo desviando el producto un 0.2% volviendo el producto a su estado estacionario a los quince trimestres tal y como se observa en el Gráfico 9 del Apéndice I.

## Descomposición de la varianza

Con el sistema ortogonalizado, se puede computar la varianza del error de pronóstico: qué porcentaje de la varianza del error de pronóstico, en el período k-futuro, se debe a qué variable. Para hacer esto se comienza con la representación del VAR ortogonalizado en medias móviles de la ecuación (53) :

(53)  $x_t = \phi(L)\varepsilon_t$  donde  $E(\varepsilon_t, \varepsilon_t') = I$ . El error de pronóstico un período hacia delante es:

$$(54) \quad e_{t+1} = x_{t+1} - E_t(x_{t+1}) = \phi(0)\varepsilon_{t+1} = \begin{bmatrix} \phi_{aa,0} & \phi_{ay,0} \\ \phi_{ya,0} & \phi_{yy,0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{a,t+1} \\ \varepsilon_{y,t+1} \end{bmatrix} \text{ y puesto que } \varepsilon_t \text{ está}$$

incorrelacionado y tiene varianza unitaria se tiene que:

(55)  $\text{var}(x_{t+1}) = \phi_{aa,0}^2 \sigma^2 \varepsilon_a + \phi_{yy,0}^2 \sigma^2 \varepsilon_y = \phi_{aa,0}^2 + \phi_{yy,0}^2$  por lo que  $\phi_{aa,0}^2$  da la cantidad de varianza en el error de pronóstico ocasionado en el vector de variables  $x_t$  como consecuencia de un shock en la tecnología y  $\phi_{yy,0}^2$  refleja la varianza en el error de predicción por los shocks no tecnológicos.

Los resultados obtenidos muestran que para un horizonte futuro de treinta periodos, los shocks identificados como tecnológicos son los principales responsables de la varianza del error de predicción de las fluctuaciones del output en el ciclo económico del Paraguay contabilizando un 79% de la misma. Por su parte los shocks identificados como no tecnológicos son responsables de un 2% de las fluctuaciones de la tecnología mientras que 98% restante de las fluctuaciones de la variable tecnología se debe shocks tecnológicos. Para más información relativa a las magnitudes para diferentes horizontes ver el Apéndice II.

## 8. Conclusiones

En este estudio se han analizado los ciclos económicos de la economía del Paraguay. Uno de los resultados obtenidos en la caracterización del ciclo es que los salarios y el gasto público son variables rezagadas alcanzando sus máximos puntos de correlación con el

producto en t-2 y t-4 respectivamente. Las variables que lideran el ciclo del producto son el tipo de interés, el empleo y el déficit comercial. Por su parte, inversión capital, tecnología y cantidad de dinero alcanzan sus máximos de correlación con el producto de forma contemporánea.

Se ha encontrado clara evidencia en base a la simulación del modelo de ciclos económicos reales de Kydland y Prescott que dicho modelo es relativamente bueno para explicar los segundos momentos de las variables relevantes estudiadas a lo largo del ciclo en Paraguay a pesar de su sencillez. La función de impulso respuesta del output generada por el modelo teórico cuando se shockea la tecnología, cuantifica aproximadamente el mismo impacto que la implementación del modelo estructural de vectores autorregresivos con restricciones a largo plazo, un 1,25% a diferencia del 1,82% del segundo. Sin embargo, tiene algunos problemas, puesto que no es capaz de replicar con exactitud los co-movimientos de las variables siendo la estructura de varianzas-covarianzas teórica muy diferente de la empírica.

La implementación del modelo de vectores autorregresivos pone a la luz, a través de funciones de impulso respuesta, que los shocks tecnológicos son los que más capacidad muestran de alterar el estado estacionario del producto. Concretamente, tras treinta trimestres, pueden alterar el nivel de estado estacionario en un 2,8% mientras que los shocks no tecnológicos pueden desviarlo un 2,5%. Además, los resultados derivados de la descomposición de varianzas también refuerzan la idea del ciclo económico dirigido por shocks tecnológicos, siendo que un 79% de la varianza del error de predicción del producto está asociada a la existencia de shocks tecnológicos.

Las posibilidades de seguir explotando este marco teórico y metodológico se muestran bastante prometedoras. Las líneas naturales de extensión a este proyecto de investigación son a) los modelos de ciclo real para economías abiertas y b) los modelos de ciclo con shocks tecnológicos permanentes.

## 9. Referencias bibliográficas

1. Aguiar, M., Gopinath, G., 2007. *"The Role of Interest Rates and Productivity Shocks in Emerging Market Fluctuations,"* Working Papers Central Bank of Chile 445, Central Bank of Chile
2. Bergoening, R., Soto, R. 2002. *"Testing Real Business Cycles Models in an Emerging Economy,"* Working Papers Central Bank of Chile 159, Central Bank of Chile.
3. Blanchard, O., Quah, D. (1989) *"The Dynamic effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances"*. American Economic Review, September
4. Cooley, Thomas F & Hansen, Gary D & Prescott, Edward C, 1995. *"Equilibrium Business Cycles with Idle Resources and Variable Capacity Utilization,"* Economic Theory, Springer, vol. 6(1), pages 35-49, Jun
5. Finn E. Kydland & Carlos E. J. M. Zarazaga, 2002. *"Argentina's Lost Decade,"* Review of Economic Dynamics, Elsevier for the Society for Economic Dynamics, vol. 5(1), pages 152-165, January
6. Hansen, Gary D., 1985. *"Indivisible labor and the business cycle,"* Journal of Monetary Economics, Elsevier, vol. 16(3), pages 309-327, November
7. Jordi Gali, 1999. *"Technology, Employment, and the Business Cycle: Do Technology Shocks Explain Aggregate Fluctuations?,"* American Economic Review, American Economic Association, vol. 89(1), pages 249-271, March
8. Kydland, Finn E & Prescott, Edward C, 1982. *"Time to Build and Aggregate Fluctuations,"* Econometrica, Econometric Society, vol. 50(6), pages 1345-70, November
9. McGrattan, Ellen R., 1994. *"The macroeconomic effects of distortionary taxation,"* Journal of Monetary Economics, Elsevier, vol. 33(3), pages 573-601, June
10. Rojas, Biederman y Charotti (2010) *"Comportamiento del Sistema Financiero y Ciclo Económico en Paraguay"* Rojas, Working papers Banco Central del Paraguay

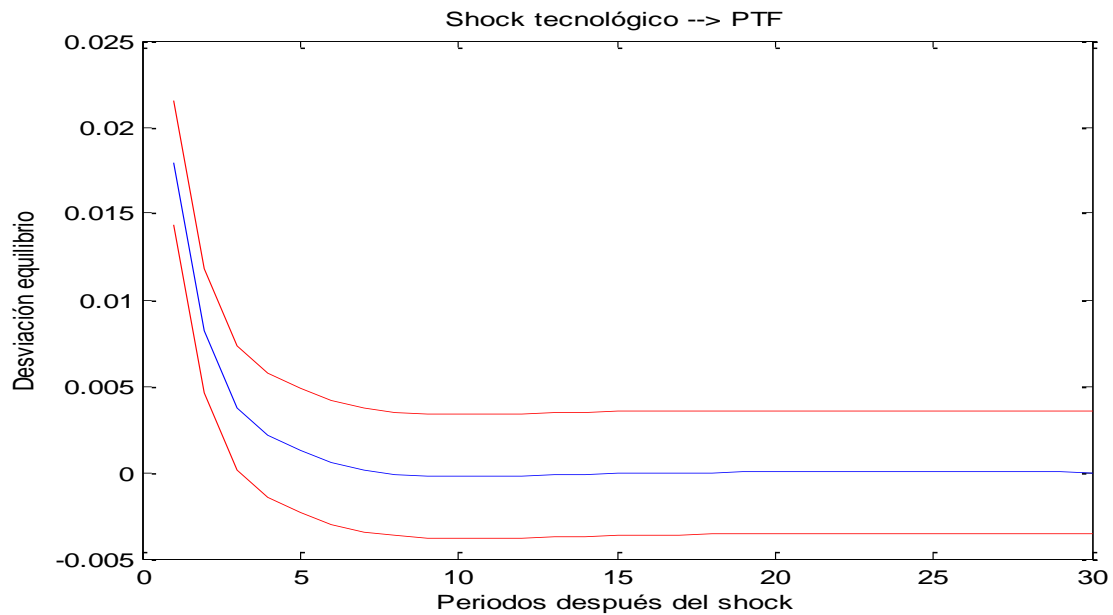
11. Sargent, Thomas J, 1978. "***Rational Expectations, Econometric Exogeneity, and Consumption***" Journal of Political Economy, University of Chicago Press, vol. 86(4), pages 673-700, August
12. Schmitt-Grohe, Stephanie & Uribe, Martin, 2004. "***Solving dynamic general equilibrium models using a second-order approximation to the policy function,***" Journal of Economic Dynamics and Control, Elsevier, vol. 28(4), pages 755-775, January
13. Shea, 1998. "***What Do Technology Shocks Do?***" NBER Working papers
14. Susanto Basu & John Fernald, 2000. "***Why is productivity procyclical? Why do we care?***," Working Paper Series WP-00-11, Federal Reserve Bank of Chicago.
15. Weber, Andrea, 2000. "***Vacancy Durations--A Model for Employer's Search,***" Applied Economics, Taylor and Francis Journals, vol. 32(8), pages 1069-75, Jun



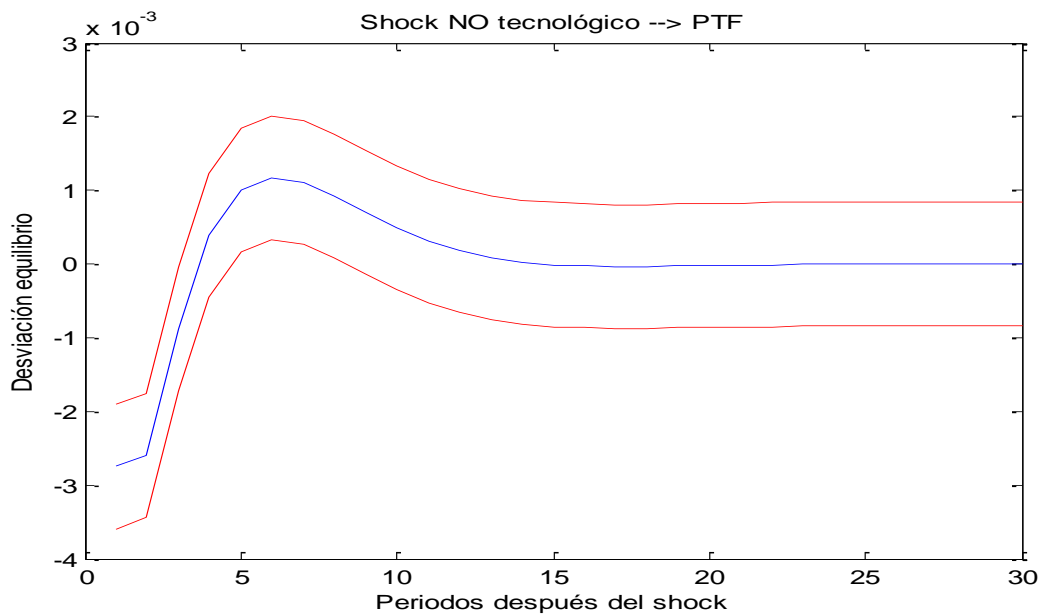
## 10. Apéndice I: Funciones impulso-respuesta

NO ACUMULADAS

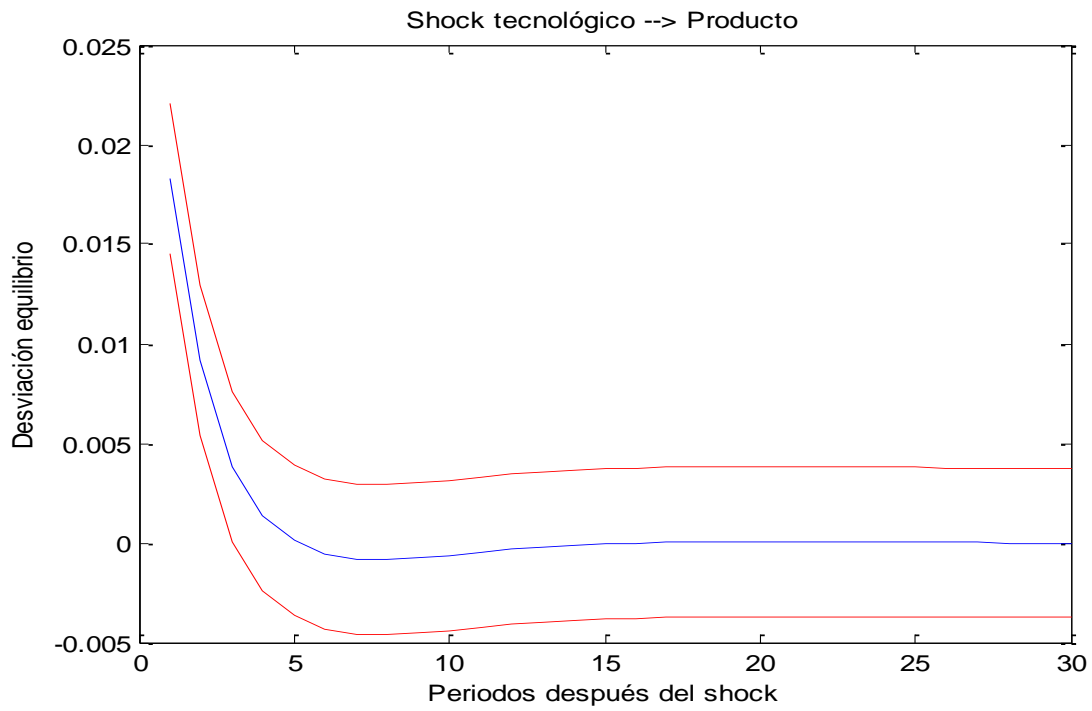
**Gráfico 4: Función de impulso de respuesta de la PTF tras un shock tecnológico**



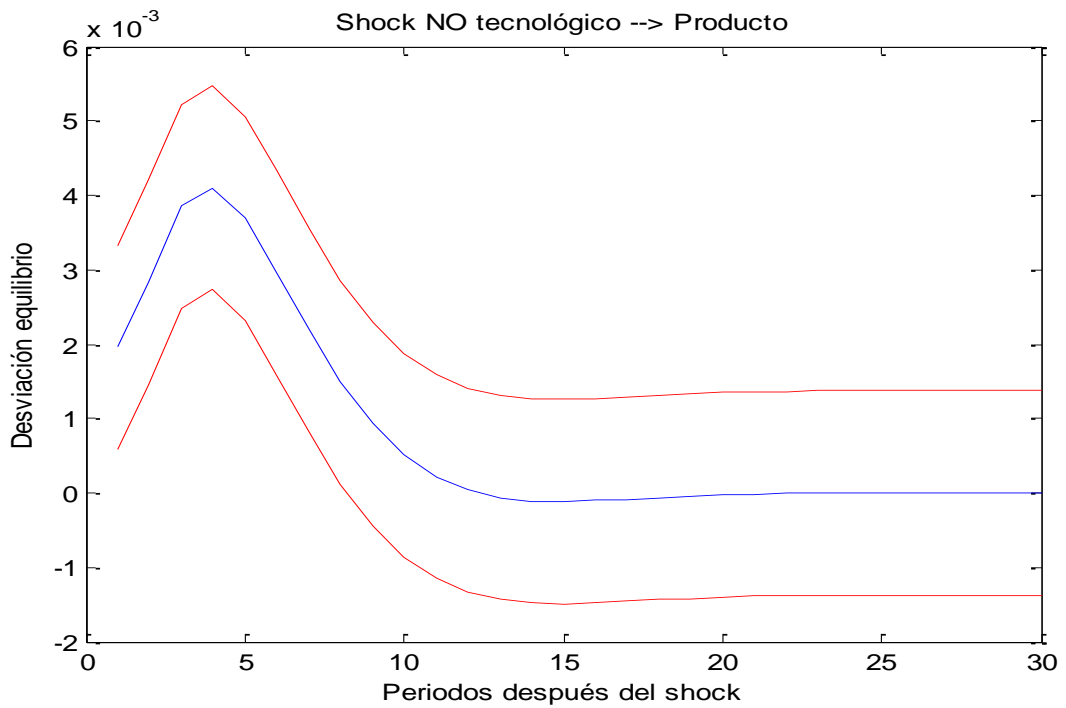
**Gráfico 5: Respuesta de la PTF a un shock no tecnológico**



**Gráfico 6: Respuesta del producto a un shock tecnológico**

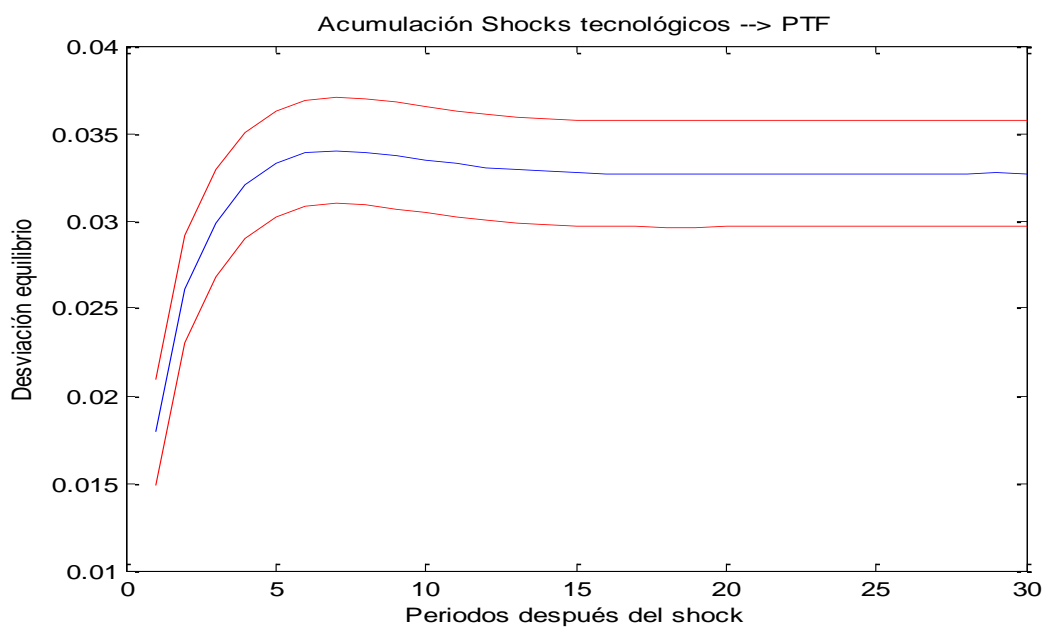


**Gráfico 7: Respuesta del producto a un shock no tecnológico**

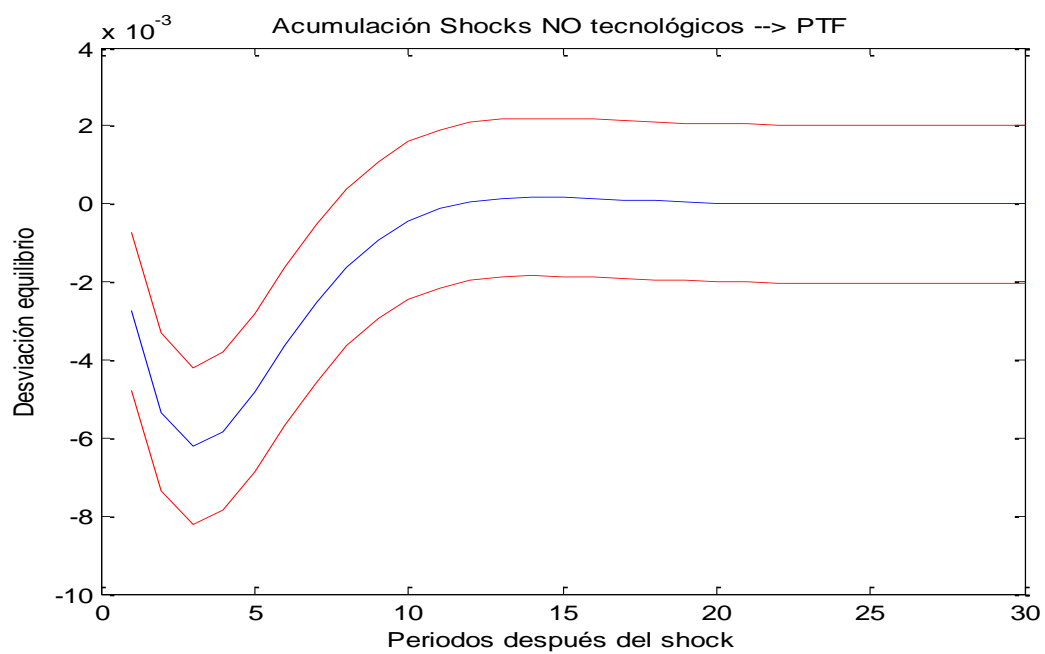


## ACUMULADAS

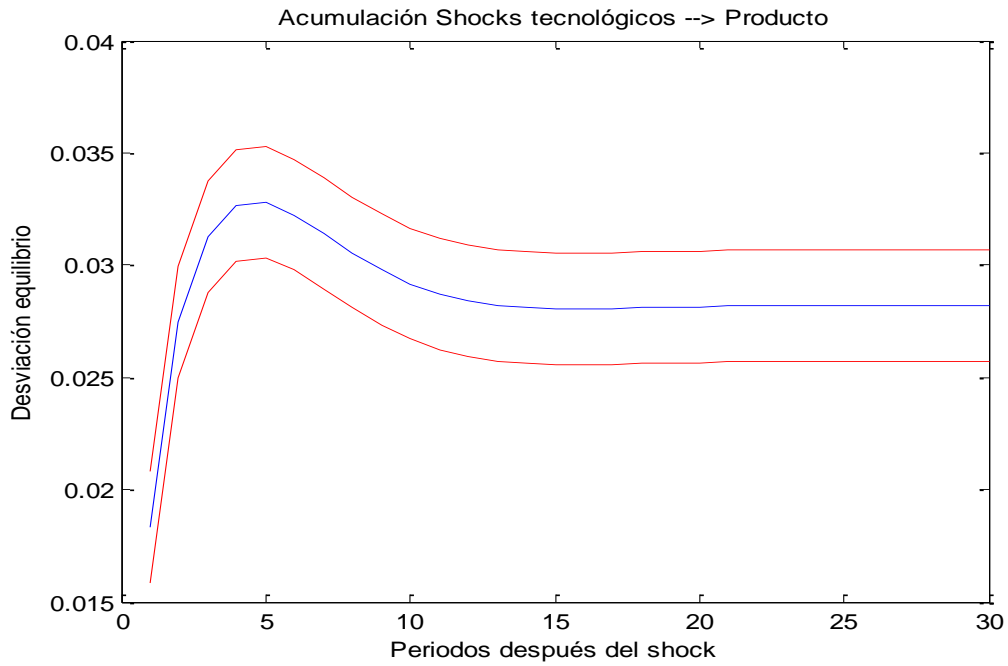
**Gráfico 8. Función de impulso-respuesta acumulada de shocks tecnológicos en la PTF**



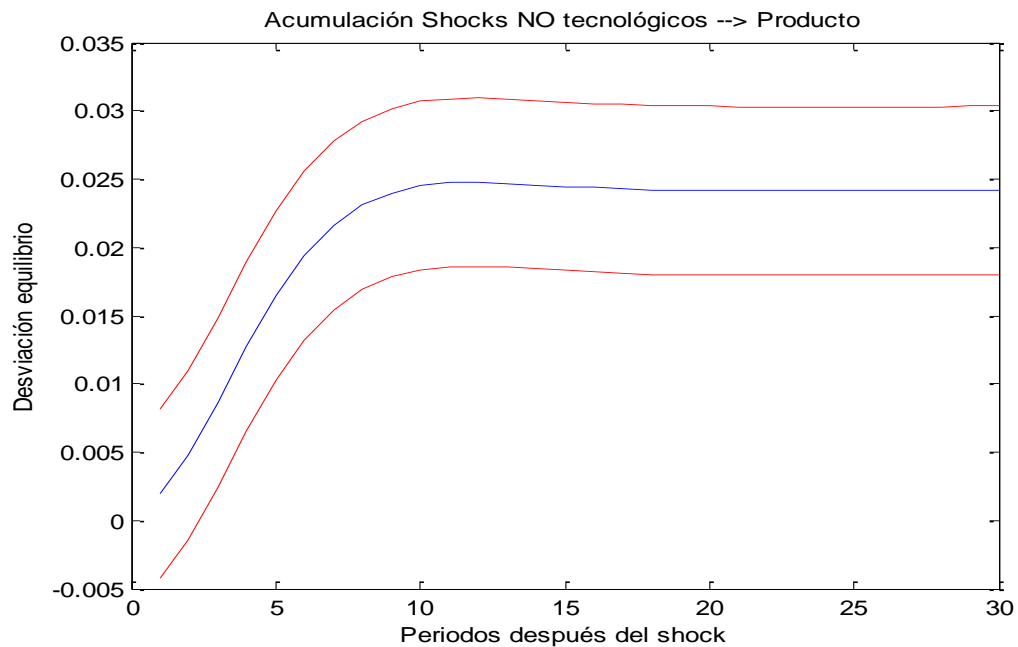
**Gráfico 9: Función de impulso-respuesta acumulada de shocks no tecnológicos en la PTF**



**Gráfico 10: Función de impulso-respuesta acumulada de shocks tecnológicos en el producto**



**Gráfico 11: Función de impulso-respuesta acumulada de shocks no tecnológicos en el producto**



## 11. Apéndice II. Descomposición de la varianza

### a) Descomposición de la varianza del producto

Periodo	Varianza asociada a shocks tecnológicos	Varianza asociada a shocks no tecnológicos
1	93,4781	6,5219
2	90,7599	9,2401
3	87,1356	12,8644
4	83,8367	16,1633
5	81,5617	18,4383
6	80,2828	19,7172
7	79,6818	20,3182
8	79,4517	20,5483
9	79,3884	20,6116
10	79,383	20,617
11	79,3893	20,6107
12	79,3931	20,6069
13	79,393	20,607
14	79,391	20,609
15	79,3888	20,6112
16	79,3872	20,6128
17	79,3862	20,6138
18	79,3857	20,6143
19	79,3856	20,6144
20	79,3855	20,6145
21	79,3855	20,6145
22	79,3855	20,6145
23	79,3855	20,6145
24	79,3855	20,6145
25	79,3855	20,6145
26	79,3855	20,6145
27	79,3855	20,6145
28	79,3855	20,6145
29	79,3855	20,6145
30	79,3855	20,6145

## 12.b) Descomposición de la varianza de la tecnología

Periodo	Varianza asociada a shocks tecnológicos	Varianza asociada a shocks no tecnológicos
1	100	0
2	99,594	0,406
3	99,5916	0,4084
4	99,4705	0,5295
5	99,1446	0,8554
6	98,7829	1,2171
7	98,4985	1,5015
8	98,3176	1,6824
9	98,2205	1,7795
10	98,1763	1,8237
11	98,1598	1,8402
12	98,1551	1,8449
13	98,1543	1,8457
14	98,1543	1,8457
15	98,1543	1,8457
16	98,154	1,846
17	98,1538	1,8462
18	98,1535	1,8465
19	98,1534	1,8466
20	98,1533	1,8467
21	98,1533	1,8467
22	98,1533	1,8467
23	98,1533	1,8467
24	98,1533	1,8467
25	98,1533	1,8467
26	98,1533	1,8467
27	98,1533	1,8467
28	98,1533	1,8467
29	98,1533	1,8467
30	98,1533	1,8467

### 13. Apéndice III

Se desea encontrar una aproximación de las funciones  $g$  y  $h$  alrededor del estado estacionario no estocástico,  $x_t = \bar{x}$  y  $\sigma = 0$ , definiendo el estado estacionario no estocástico como vectores  $(\bar{x}, \bar{y})$  tal que  $f(\bar{y}, \bar{y}, \bar{x}, \bar{x}) = 0$ . Sustituyendo (25) y (26) en (23) se tiene que:

$$(56) F_{x^k \sigma^j}(x, \sigma) = 0 \quad \forall, x, \sigma, j, k$$

Donde  $F_{x^k \sigma^j}(x, \sigma)$  denota la derivada de  $F$  respecto de  $x$  tomada  $k$  veces y con respecto de  $\sigma$   $j$  veces. Puesto que se está buscando una aproximación a  $g$  y  $h$  alrededor del punto  $(x, \sigma)$  de la forma:

$$(57) g(x, \sigma) = g(\bar{x}, 0) + g_x(\bar{x}, 0)(\bar{x} - x) + g_\sigma(\bar{x}, 0)\sigma$$

$$(58) h(x, \sigma) = h(\bar{x}, 0) + h_x(\bar{x}, 0)(\bar{x} - x) + h_\sigma(\bar{x}, 0)\sigma$$

Como se ha explicado antes,  $g(\bar{x}, 0) = \bar{y}$  y  $h(\bar{x}, 0) = \bar{x}$ , los coeficientes desconocidos restantes de la aproximación de primer orden a  $g$  y  $h$ , son identificados por el hecho de que por la ecuación (28) tiene que ser el caso que:

$$(59) F_x(\bar{x}, 0) = 0 \quad \text{y} \quad F_\sigma(\bar{x}, 0) = 0.$$

Por tanto, usando estas dos expresiones,  $g_x$  y  $h_x$  pueden ser encontradas como solución al sistema:

$$(60) [F_x(\bar{x}, 0)]_j^i = [f_y]_\alpha^i [g_x]_\beta^\alpha [h_x]_j^\beta + [f_y]_\alpha^i [g_x]_j^\alpha + [f_x]_\beta^i [h_x]_j^\beta + [f_x]_j^i = 0;$$

$$i = 1, \dots, n; \quad j, \beta = 1, \dots, nx; \quad \text{y} \quad \alpha = 1, \dots, ny.$$

De igual modo,  $g_\sigma$  y  $h_\sigma$  se obtienen como solución al siguiente sistema de n ecuaciones:

(61)

$$[F_\sigma(\bar{x}, 0)]^i = E_t \left\{ \begin{array}{l} [f_{y'}]_\alpha^i [g_x]_\beta^\alpha [h_\sigma]^\beta + [f_y]_\alpha^i [g_x]_\beta^\alpha [v]_\phi^\beta [\varepsilon']^\phi + [f_{y'}]_\alpha^i [g_\sigma]^\alpha + [f_y]_\alpha^i [g_\sigma]^\alpha + \\ [f_{x'}]_\alpha^i [h_\sigma]^\beta + [f_{x'}]_\beta^i [v]_\phi^\beta [\varepsilon']^\phi \end{array} \right\} = 0$$

con  $i = 1, \dots, n; \alpha = 1, \dots, n_y; \beta = 1, \dots, n_x; \phi = 1, \dots, n_\varepsilon$ .

Existirá una solución única si  $h_\sigma = 0$  y  $g_\sigma = 0$ . Para una aproximación de primer orden como la que implementamos para resolver el sistema, los valores esperados de  $x_t$  e  $y_t$  coinciden con los valores no estocásticos  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$ .



